

Tema 5

Principios y Teoremas

Bibliografía

- A.J. CONEJO, A. CLAMAGIRAND, J.L. POLO, N. ALGUACIL. “CIRCUITOS ELÉCTRICOS PARA LA INGENIERÍA”. MCGRAW HILL, 2004
- J. W. NILSSON, S.A. RIEDEL. “ELECTRIC CIRCUITS”. SIXTH EDITION. ADDISON-WESLEY READING, 1996

Objetivos

- **Determinar la corriente de cortocircuito y la tensión de vacío en un circuito dado**
- **Determinar el circuito equivalente de Thévenin o de Norton**
- **Simplificar los problemas de análisis de circuitos con el principio de superposición, el teorema de Thévenin o el de Norton**
- **Elegir un método de análisis adecuado para determinar la resistencia equivalente de Thévenin o de Norton**
- **Determinar en qué casos es posible aplicar los distintos teoremas**
- **Determinar en qué casos la resolución del circuito resulta más rápida aplicando estos teoremas**
- **Establecer la condición para la máxima transferencia de potencia de una fuente a una carga resistiva**

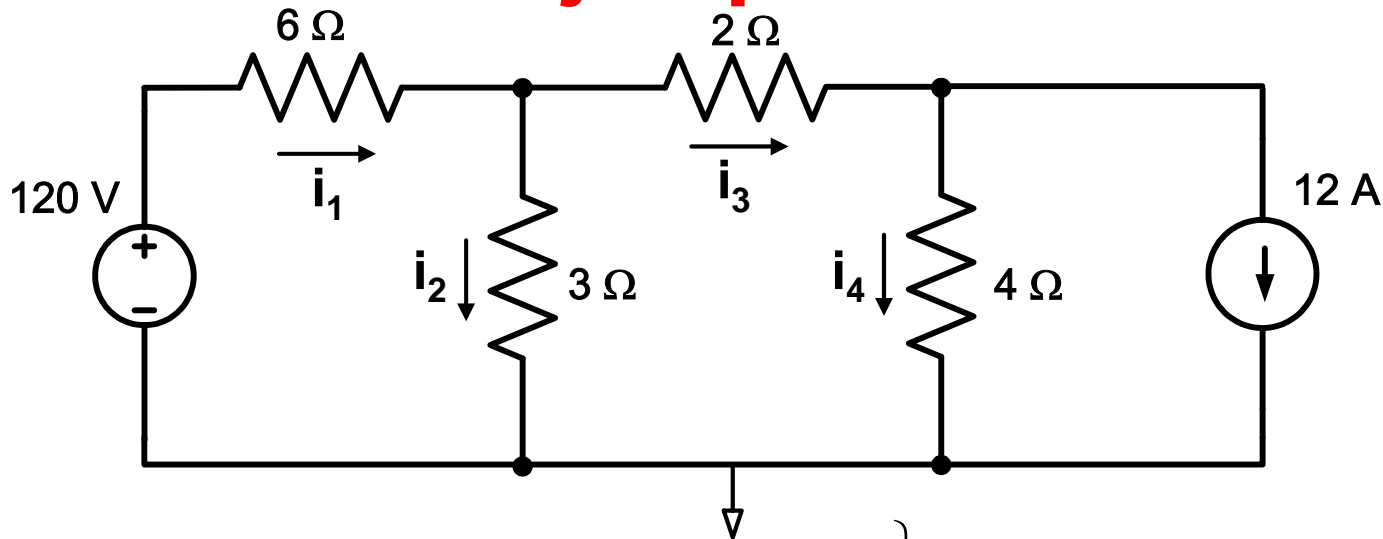
Principios y Teoremas

- Principio de superposición
- Teorema de Helmholtz-Thévenin
 - Determinación de la resistencia de Helmholtz-Thévenin
- Equivalente Norton
- Máxima transferencia de potencia

Principio de superposición

- Si un circuito se energiza mediante más de una fuente independiente, la respuesta total es la suma de las respuestas individuales
- A veces la aplicación del principio de superposición simplifica los cálculos (y a veces no)
- Interés práctico: respuesta de circuitos de corriente alterna con fuentes de distinta frecuencia

Ejemplo 5.1

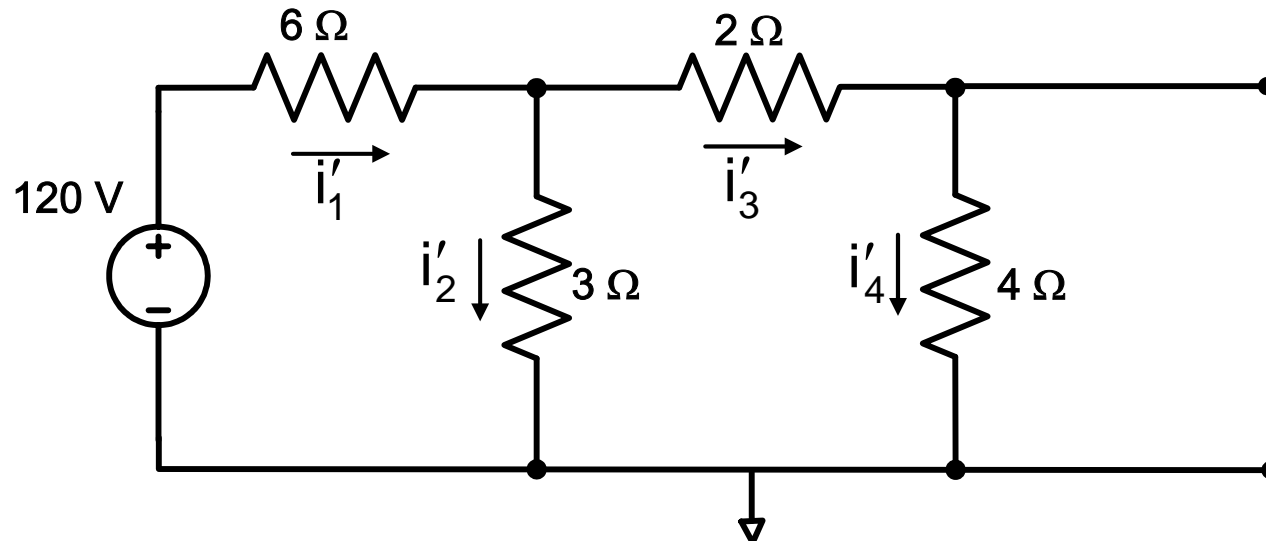


$$\left. \begin{aligned} \frac{v_1 - 120}{6} + \frac{v_1}{3} + \frac{v_1 - v_2}{2} &= 0 \\ \frac{v_2 - v_1}{2} + \frac{v_2}{4} + 12 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_1 &= 18 \\ v_2 &= -4 \end{aligned}$$

$$i_1 = \frac{120 - 18}{6} = 17 \text{ A}; \quad i_2 = \frac{18}{3} = 6 \text{ A}; \quad i_3 = \frac{18 - (-4)}{2} = 11 \text{ A};$$

$$i_4 = \frac{-4}{4} = -1 \text{ A}$$

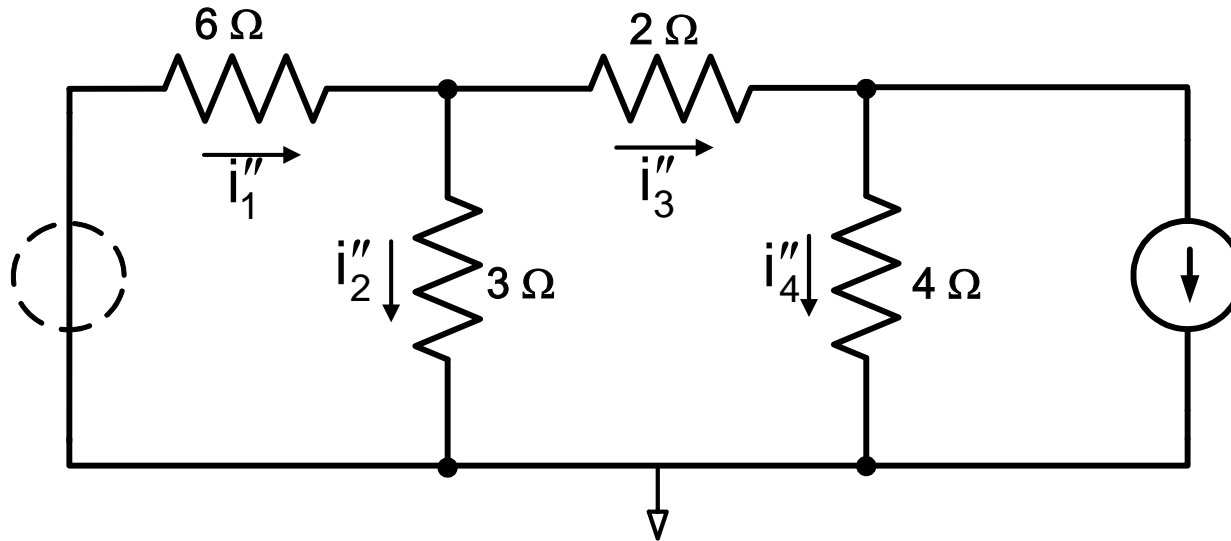
Ejemplo 5.1 (I)



$$\frac{v_1 - 120}{6} + \frac{v_1}{3} + \frac{v_1}{6} = 0 \Rightarrow v_1 = 30 \text{ V}$$

$$i'_1 = \frac{120 - 30}{6} = 15 \text{ A}; \quad i'_2 = \frac{30}{3} = 10 \text{ A}; \quad i'_3 = i'_4 = \frac{30}{6} = 5 \text{ A}$$

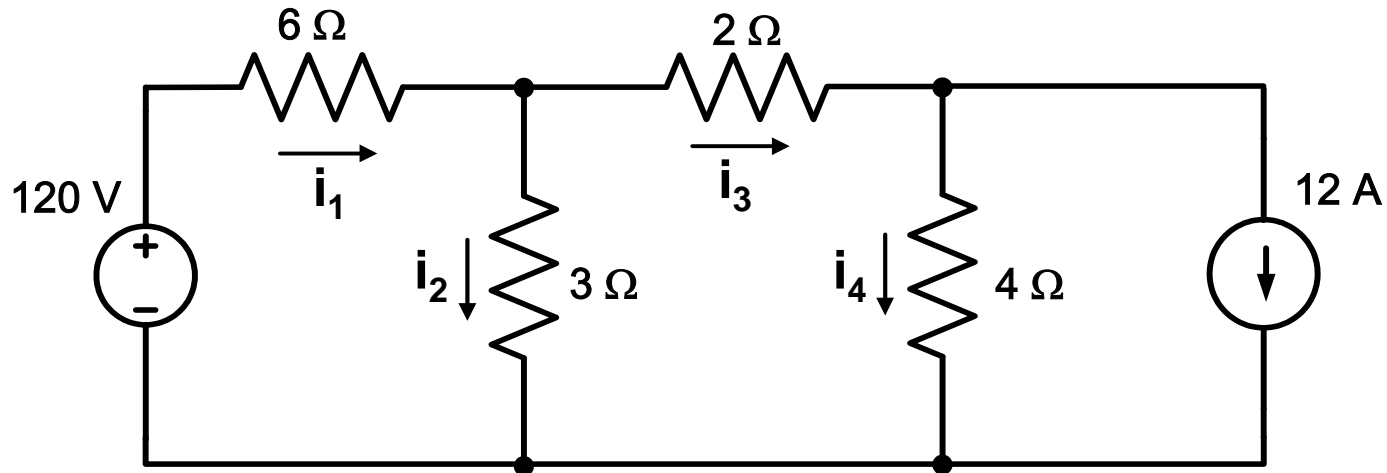
Ejemplo 5.1 (II)



$$\left. \begin{aligned} \frac{V_3}{3} + \frac{V_3}{6} + \frac{V_3 - V_4}{2} &= 0 \\ \frac{V_4 - V_3}{2} + \frac{V_4}{4} + 12 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} V_3 &= -12 \text{ V} \\ V_4 &= -24 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i''_1 &= -\frac{V_3}{6} = 2 \text{ A} & i''_2 &= \frac{V_3}{3} = -4 \text{ A} \\ i''_3 &= \frac{V_3 - V_4}{2} = 6 \text{ A} & i''_4 &= \frac{V_4}{4} = -6 \text{ A} \end{aligned}$$

Ejemplo 5.1 (III)



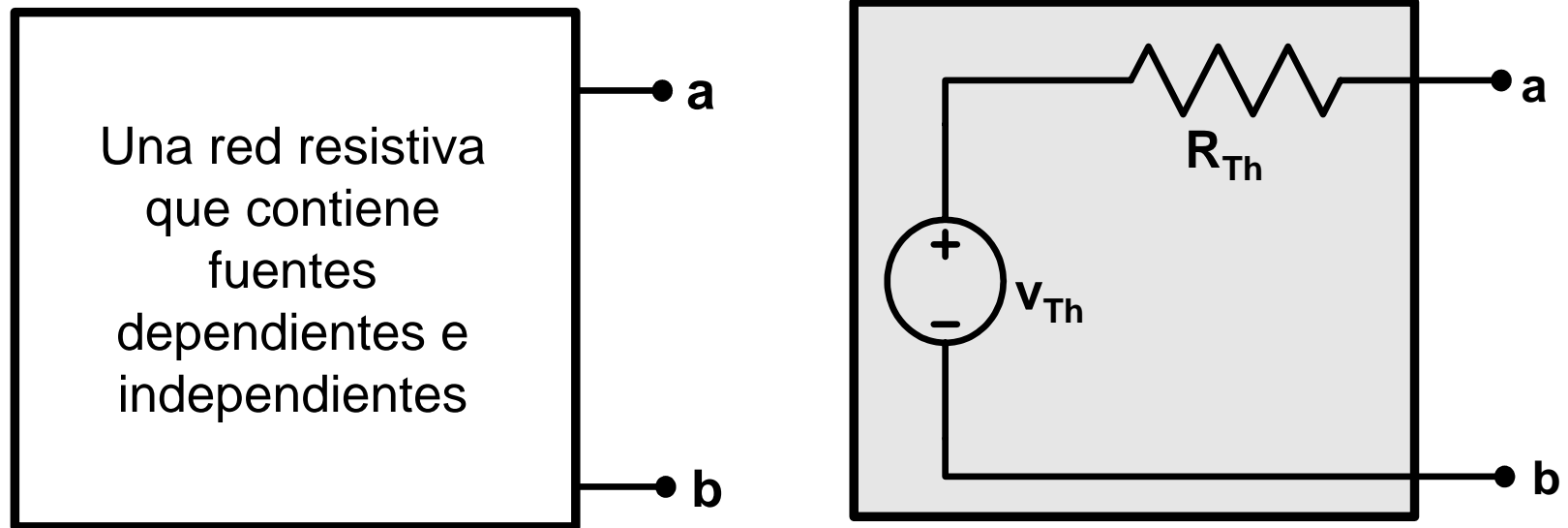
$$\mathbf{i_1 = i_1' + i_1'' = 15 + 2 = 17}$$

$$\mathbf{i_2 = i_2' + i_2'' = 10 - 4 = 6}$$

$$\mathbf{i_3 = i_3' + i_3'' = 5 + 6 = 11}$$

$$\mathbf{i_4 = i_4' + i_4'' = 5 - 6 = -1}$$

Teorema de Helmholtz-Thévenin



La equivalencia es desde los terminales “ab”

Teorema de Helmholtz-Thévenin

Equivalencia en vacío (se conecta una resistencia infinita):

$$V_{th} = V_0$$

Equivalencia en cortocircuito (se conecta una resistencia cero :

$$i_{cc} = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

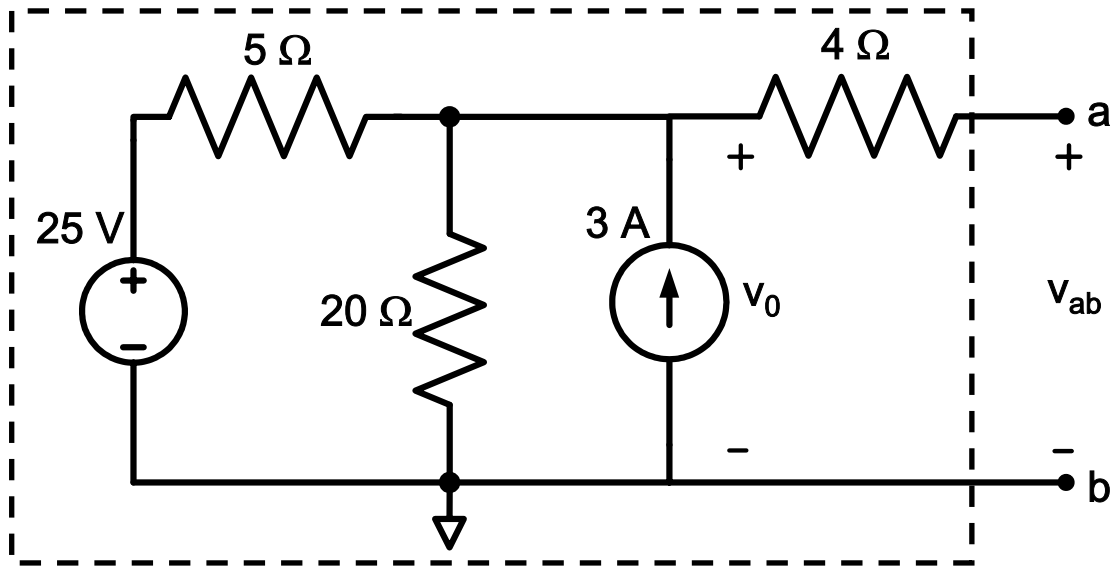
La Resistencia de HT es el cociente entre la tensión de circuito abierto y la corriente de cortocircuito

$$R_{th} = \frac{V_0}{i_{cc}}$$

La tensión de Thévenin es la tensión de circuito abierto

$$V_{th} = V_0$$

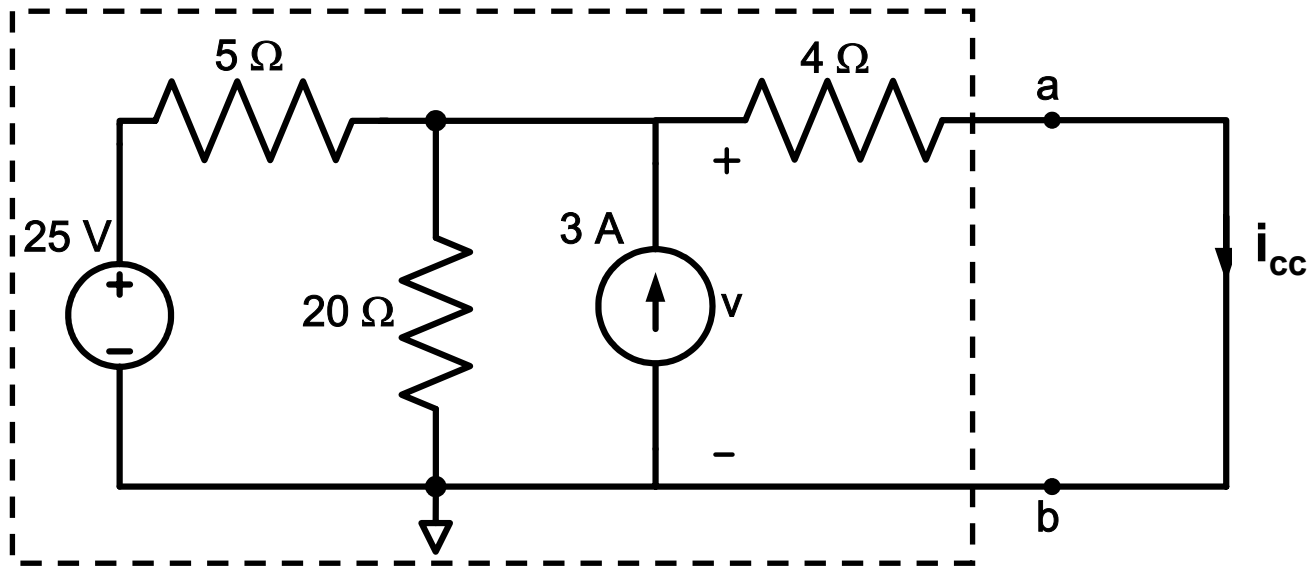
Ejemplo 5.2



Tensión de vacío (resolución por nudos):

$$\frac{v_0 - 25}{5} + \frac{v_0}{20} - 3 = 0 \Rightarrow v_0 = 32 \text{ V}$$

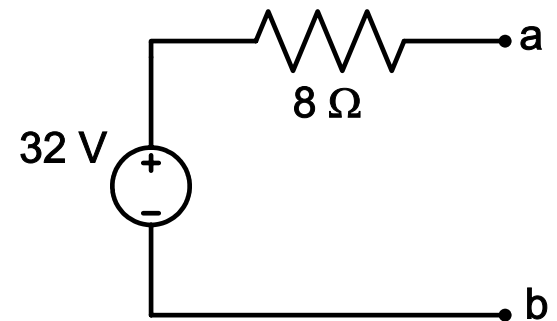
Ejemplo 5.2 (I)



Corriente de cortocircuito (resolución por nudos):

$$\frac{v - 25}{5} + \frac{v}{20} - 3 + \frac{v}{4} = 0 \Rightarrow v = 16 \text{ V}$$

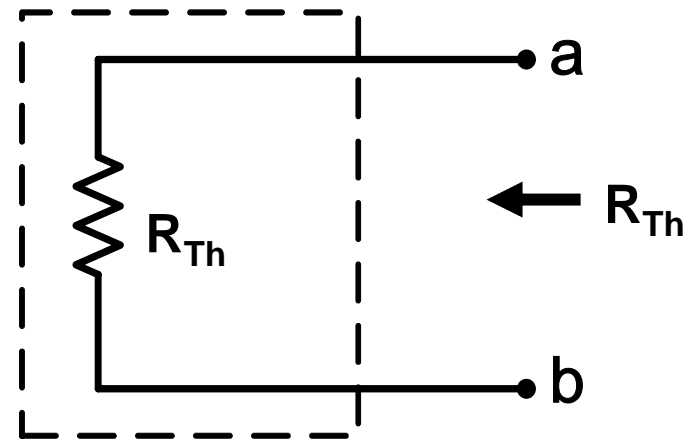
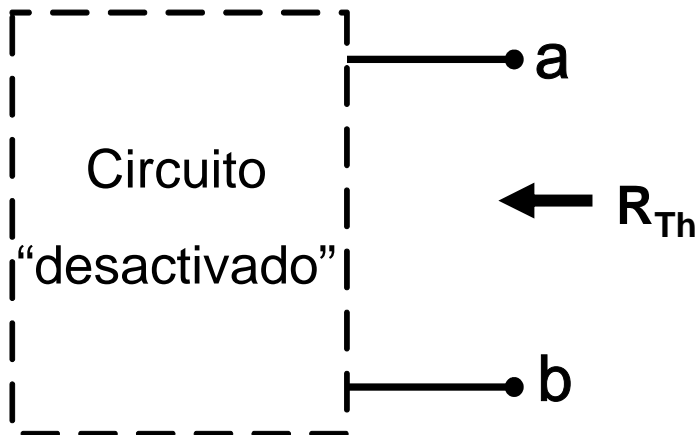
$$i_{cc} = \frac{16}{4} = 4 \text{ A}; \quad R_{th} = \frac{v_{th}}{i_{cc}} = \frac{32}{4} = 8 \Omega$$



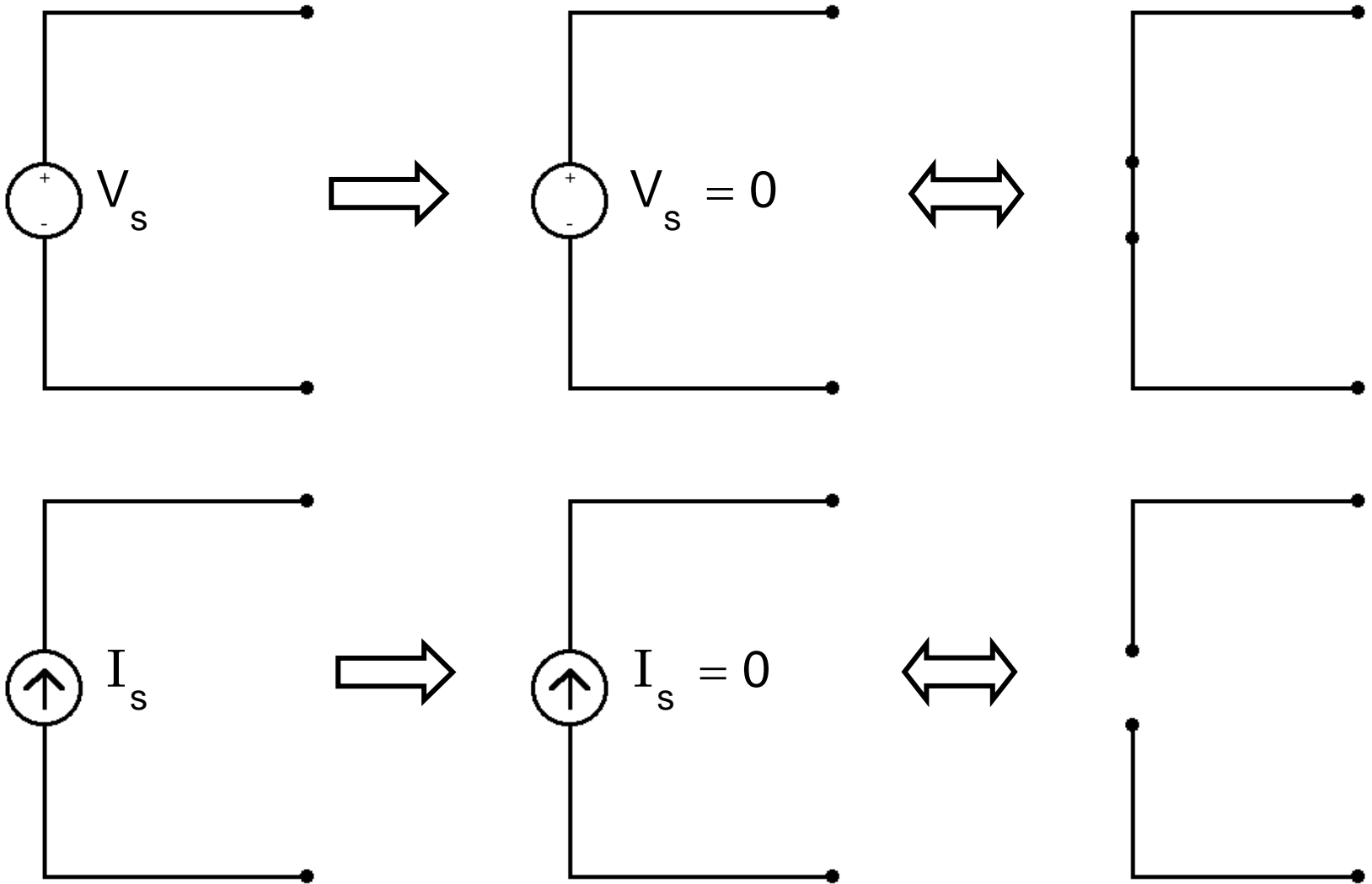
Resistencia HT

(sólo fuentes independientes)

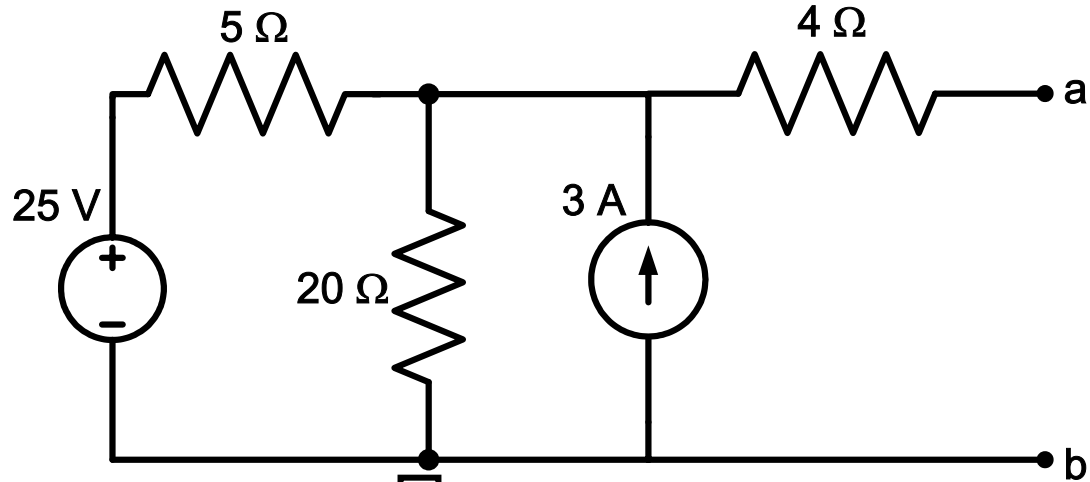
1. Desactivar fuentes de tensión cortocircuitándolas ($v=0$)
2. Desactivar fuentes de corriente sustituyéndolas por circuitos abiertos ($i=0$)
3. La resistencia vista desde **ab** es la resistencia de Helmholtz-Thévenin



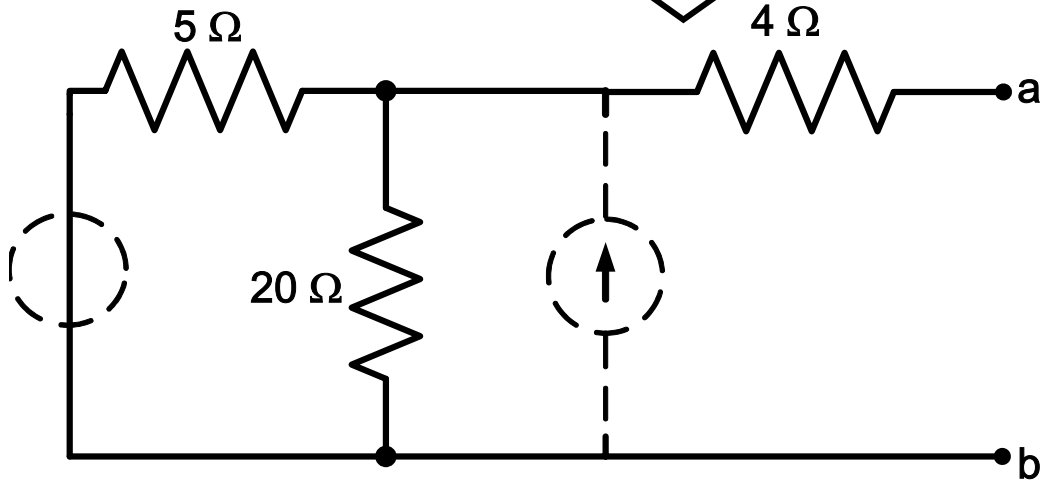
Desactivación de fuentes



Ejemplo 5.3



Desactivación



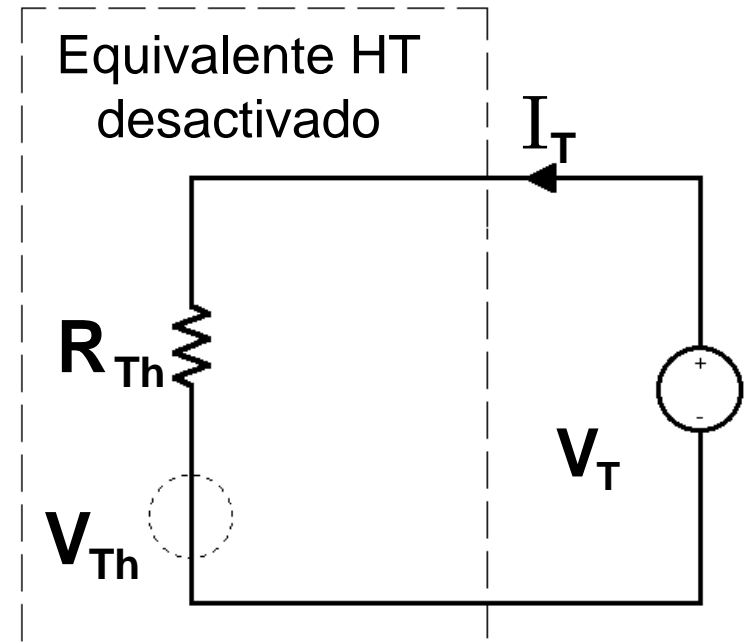
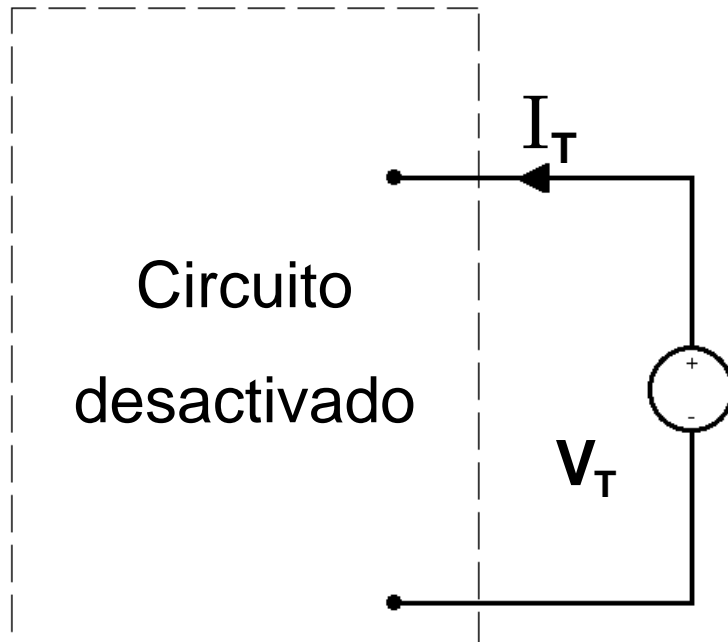
$$R_{Th} = R_{ab} = (5 \parallel 20) + 4 = 8 \Omega$$

Resistencia HT

(cualquier circuito lineal)

- 1. Desactivar fuentes independientes**
- 2. Aplicar en **ab** una fuente de tensión (corriente) de prueba**
- 3. Calcular la corriente que suministra (la tensión en bornes de) la fuente**
- 4. La resistencia de HT es el cociente tensión/corriente en la fuente de prueba**

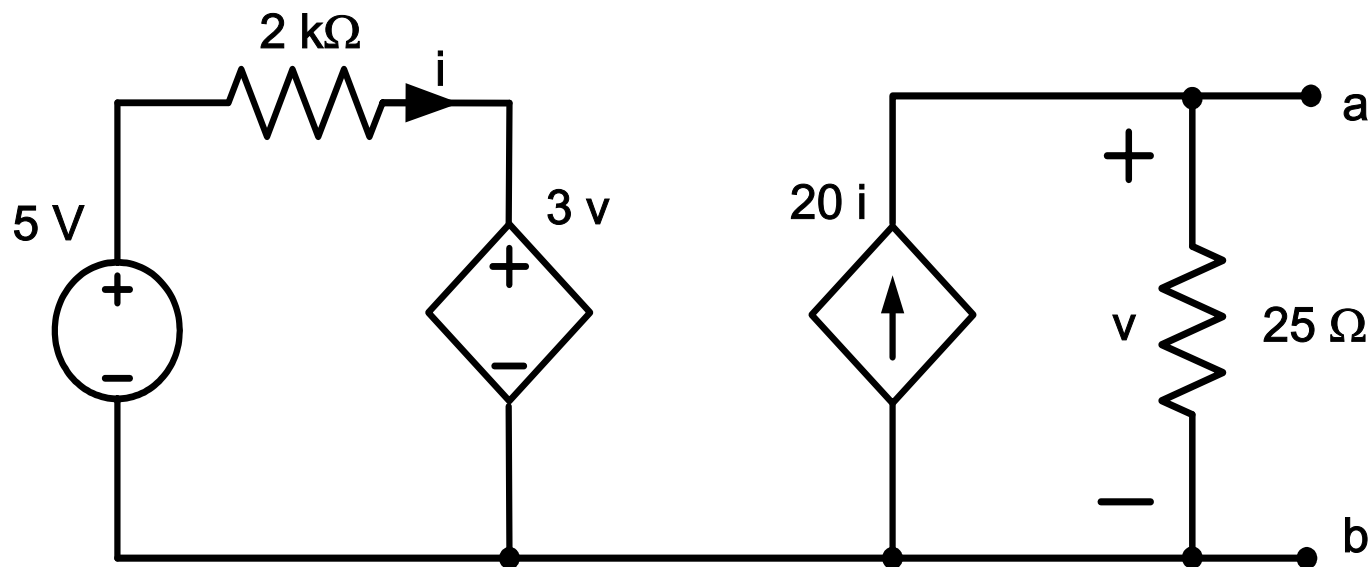
Resistencia HT (fuente de prueba)



$$R_{Th} = \frac{V_T}{I_T}$$

$$R_{Th} = \frac{V_T}{I_T}$$

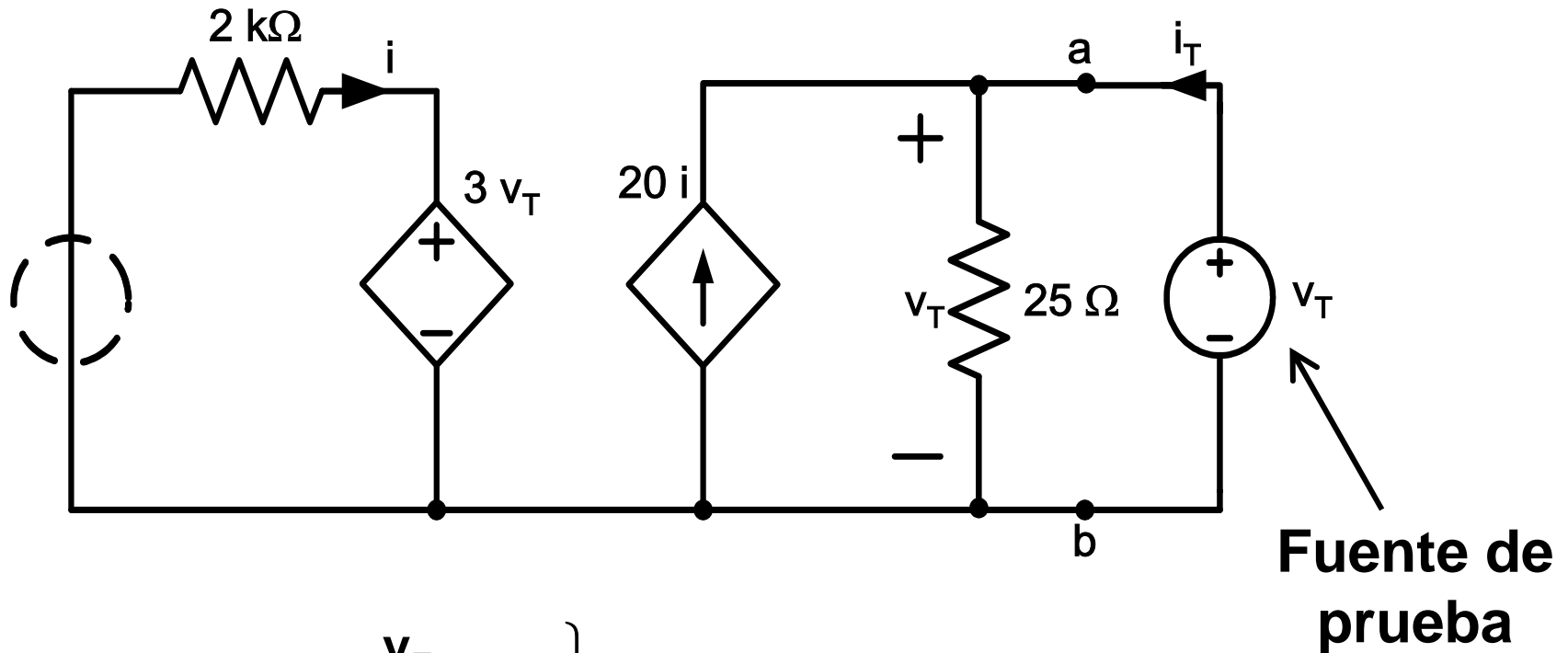
Ejemplo 5.4



Tensión de HT (vacío)

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{5 - 3v}{2000} \\ v &= -500i \end{aligned} \right\} \quad v = -5 \text{ V}$$
$$V_{th} = v = -5 \text{ V}$$

Ejemplo 5.4 (I)



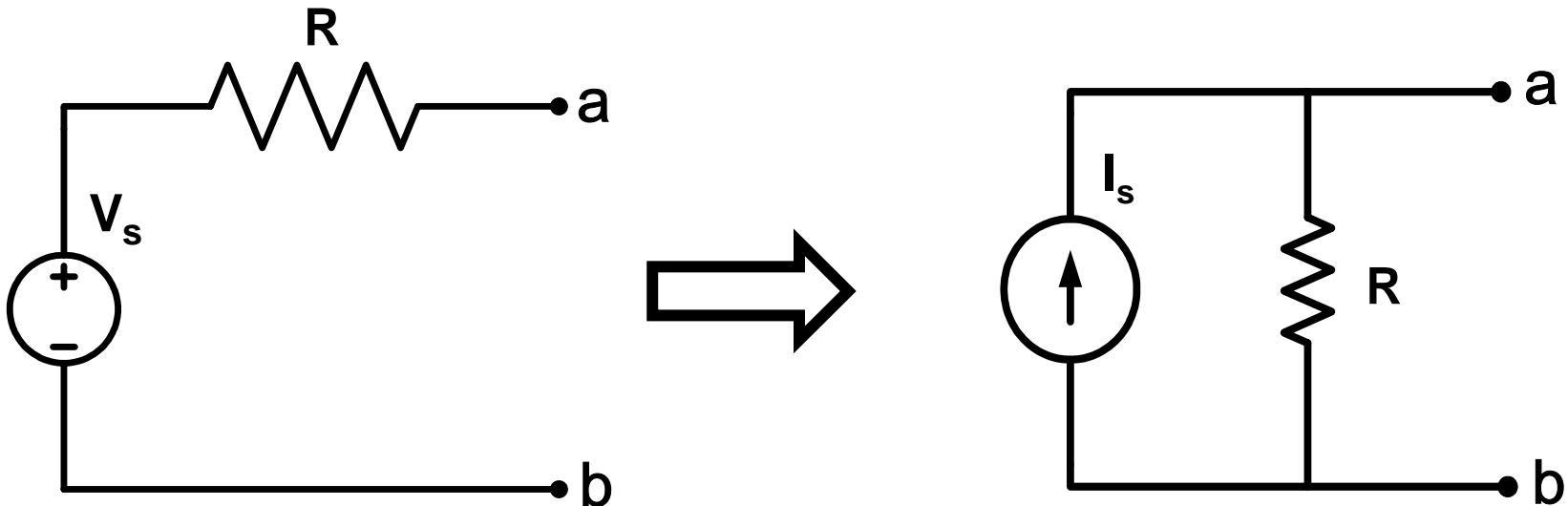
$$\left. \begin{aligned} i_T &= \frac{v_T}{25} + 20i \\ i &= \frac{-3v_T}{2000} \end{aligned} \right\} i_T = \frac{v_T}{25} - \frac{60v_T}{2000}$$

$$\frac{i_T}{v_T} = \frac{1}{25} - \frac{6}{200} = \frac{1}{100};$$

$$R_{Th} = \frac{v_T}{i_T} = 100\ \Omega$$

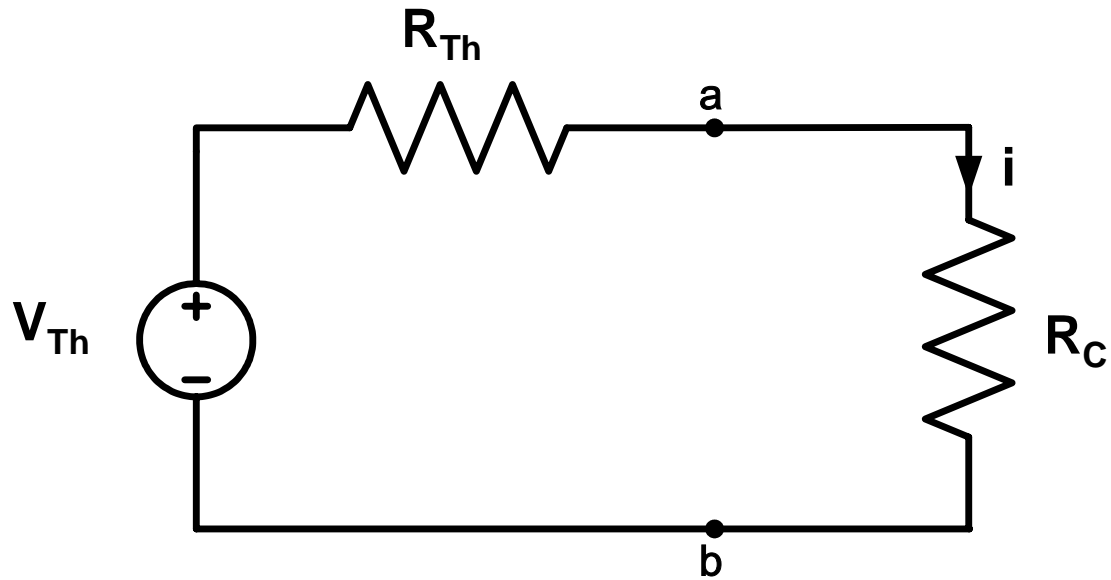
Equivalente Norton

Aplicar la transformación de fuente al equivalente
Helmholtz-Thévenin



$$I_s = \frac{V_s}{R}$$

Máxima transferencia de potencia



$$p(R_C) = i^2 R_C = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_C} \right)^2 R_C; \quad \frac{dp(R_C)}{dR_C} = V_{Th}^2 \frac{(R_{Th} + R_C)^2 - 2R_C(R_{Th} + R_C)}{(R_{Th} + R_C)^4}$$

$$\frac{dp(R_C)}{dR_C} = 0 \Rightarrow (R_{Th} + R_C)^2 = 2R_C(R_{Th} + R_C) \Rightarrow R_C = R_{Th}$$

$$P_{\max} = \frac{V_{Th}^2 R_{Th}}{4R_{Th}^2} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$$